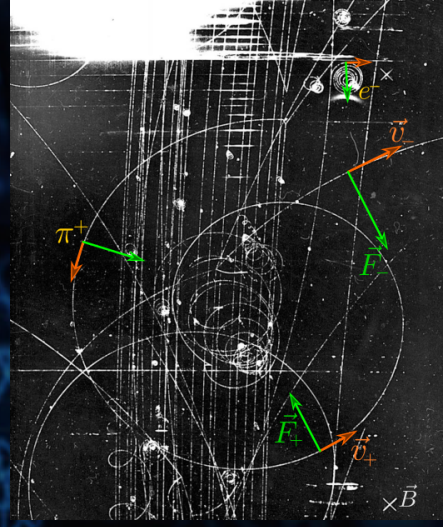


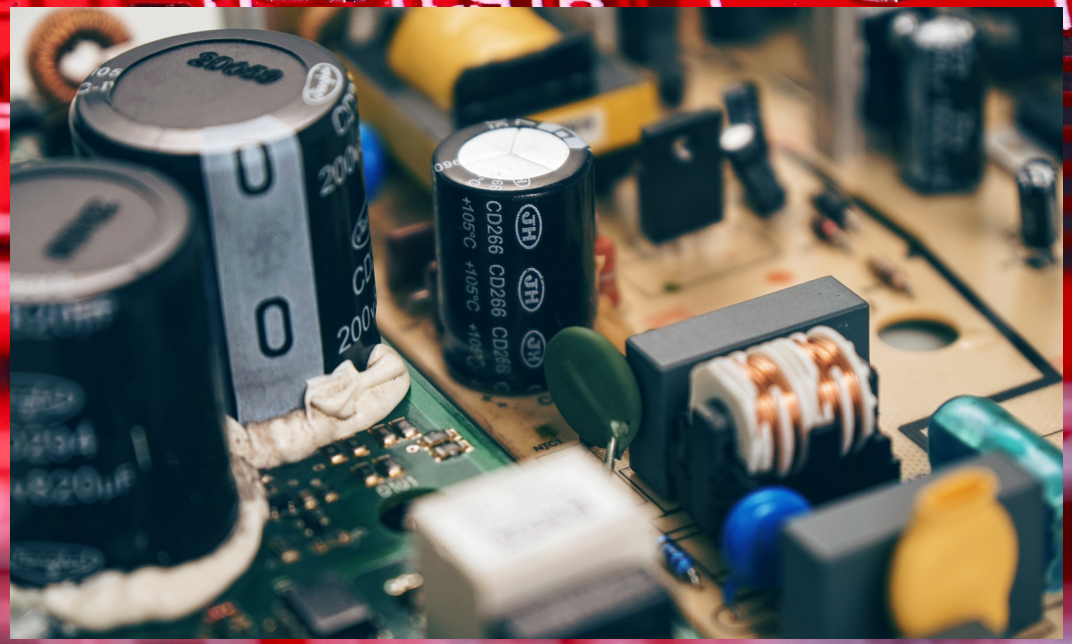
L'ELETTROMAGNETISMO: DALL'AMBRA ALLA STRUTTURA DELLO SPAZIO-TEMPO

PROF. ARMANDO PISANI

LICEO SCIENTIFICO M. BUONARROTI – MONFALCONE

AS 2020-21

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA: INDUTTANZA E TRASFORMATORI



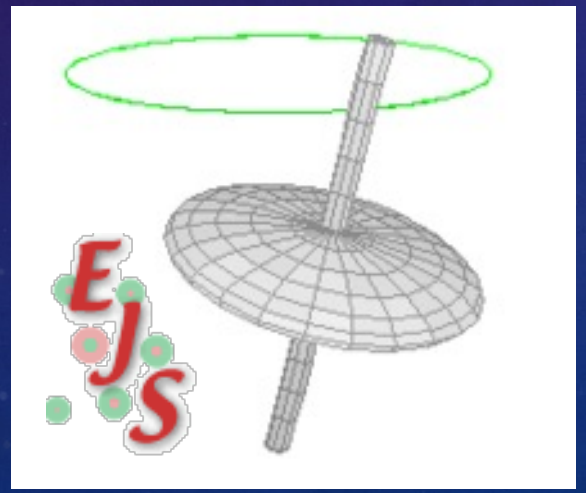
PROF. ARMANDO PISANI

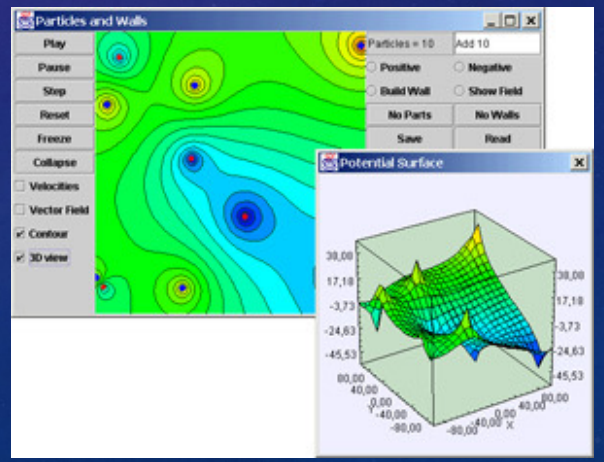
LICEO SCIENTIFICO M. BUONARROTI – MONFALCONE (GO)

AS 2020-21

N.B.:

- Tutte le immagini non prodotte da me sono prese dal testo di fisica dell'Open Stax College su licenza CC oppure da Wikipedia
- Le simulazioni sono prodotte dal Ph.E.T. (University of Colorado, USA), oppure prodotte o modificate da me con E.J.S.
- Alcuni filmati sono parte delle lezioni del prof. Walter Lewin tenute all'M.I.T. di Boston, USA.

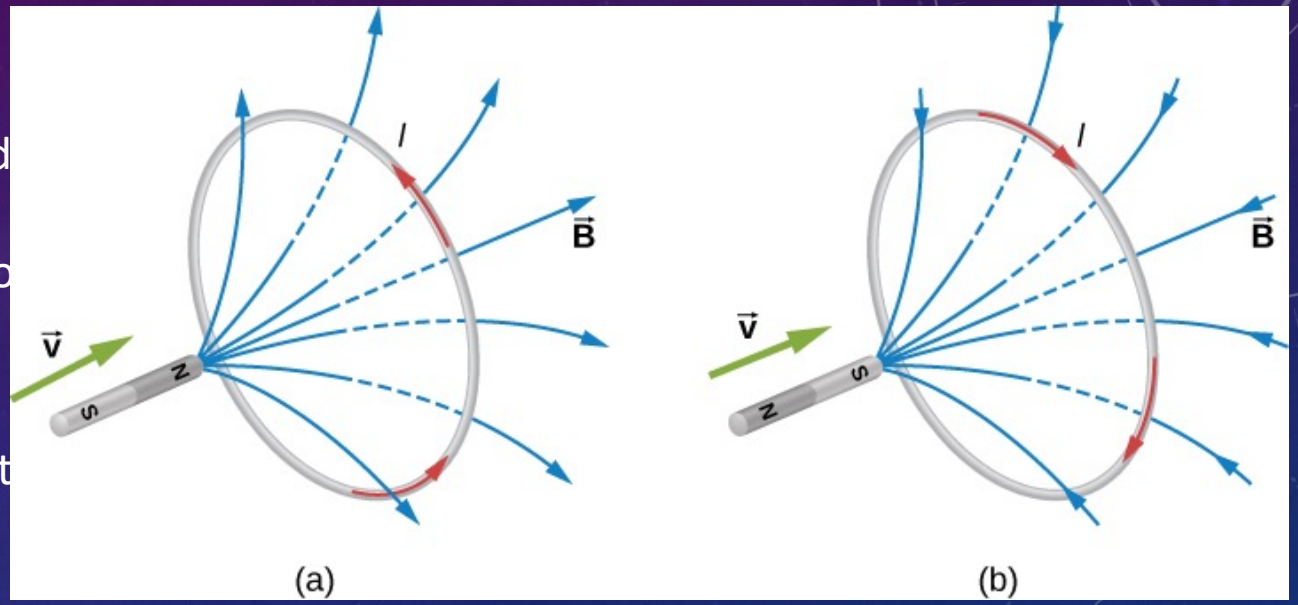




PhET
INTERACTIVE SIMULATIONS
University of Colorado Boulder

LA LEGGE DI FARADAY-NEUMANN-LENZ

- Richiamiamo la legge di F.N.L.
- Consideriamo un circuito chiuso C che costituisca il bord di una superficie A, Allora lungo il circuito C si produce una f.e.m. indotta pari all'opposto della derivata rispetto al tempo del flusso del campo magnetico attraverso la superficie A.
- In altre parole la f.e.m. indotta è tanto più intensa quant più rapidamente varia nel tempo il flusso.

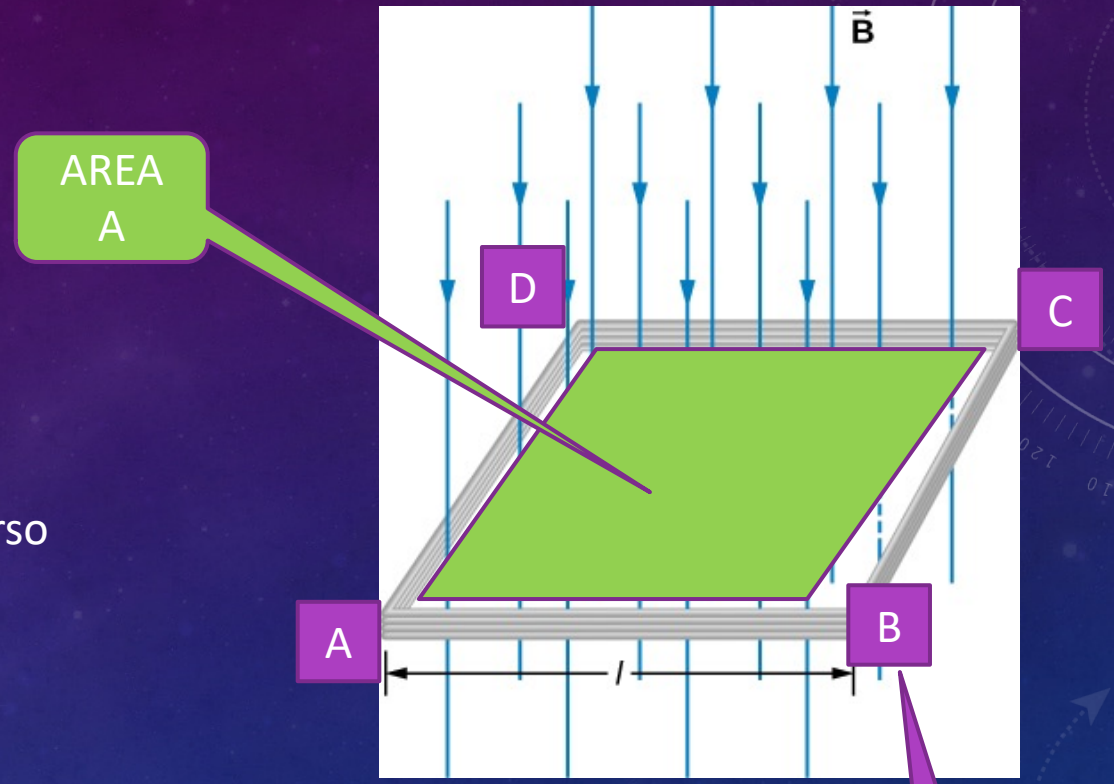


$$\Delta V(f.e.m.\,indotta) = -\frac{d\Phi_A(B)}{dt}$$

Può essere utilizzato per generare corrente elattrica

LA LEGGE DI FARADAY-NEUMANN-LENZ

- **<u>Un'importante precisazione</u>**:
- Le f.e.m. viene indotta lungo il percorso ABCD a causa della variazione nel tempo del flusso del campo magnetico B attraverso la superficie A che ha il percorso ABCD come bordo.



$$\Delta V\,(f.e.m.\,indotta) = -N\,\frac{d\Phi_A(B)}{dt}$$

IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO

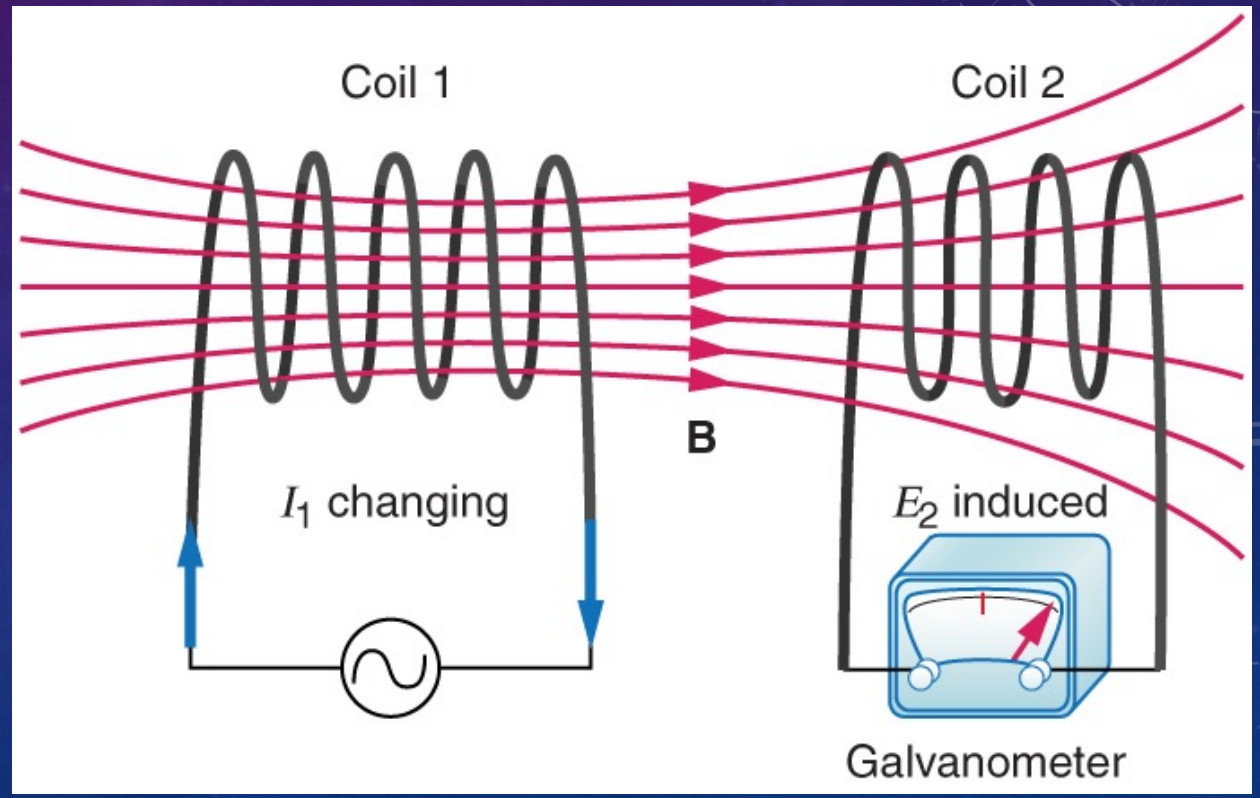
- Ricordiamo che il flusso del campo magnetico è definito come:
- Quindi posso avere f.e.m. indotta se cambia una qualunque delle grandezze coinvolte: il campo, l'area o l'angolo.

$$\Phi_A(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{A} = B\,A\,\cos\theta$$

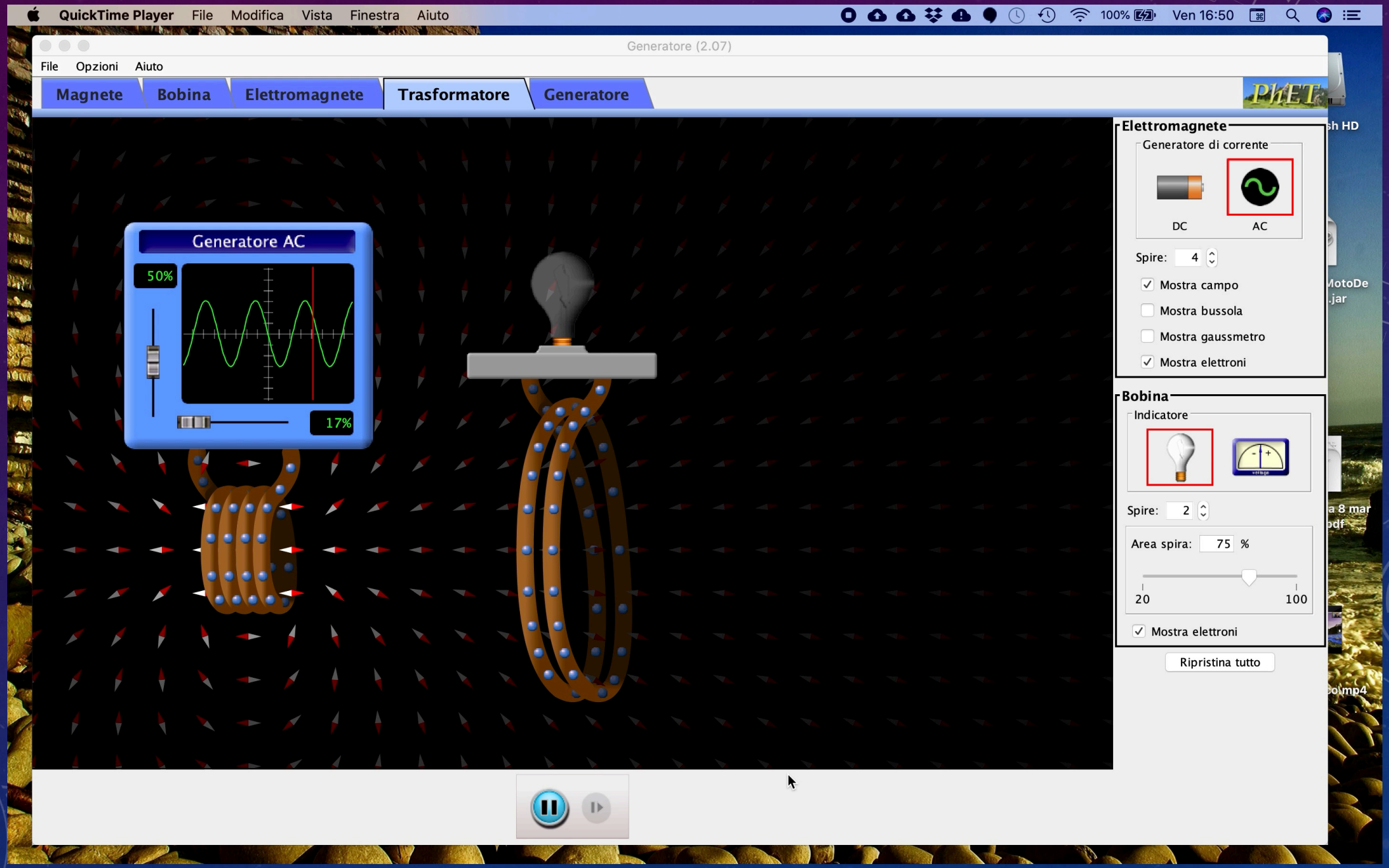
LA MUTUA INDUTTANZA

- Consideriamo due circuiti vicini l'uno all'altro. Se nel primo circuito circola una corrente variabile allora questo produce un campo magnetico variabile

- Per effetto della corrente nel primo circuito, il flusso del campo magnetico attraverso le spire del secondo circuito cambia nel tempo.
- Quindi nel secondo circuito si produce una f.e.m. indotta alternata a causa della legge di Faraday-N.-L.
- Possiamo vederlo usando una simulazione del Ph.E.T.



- https://phet.colorado.edu/it/simulation/legacy/generator



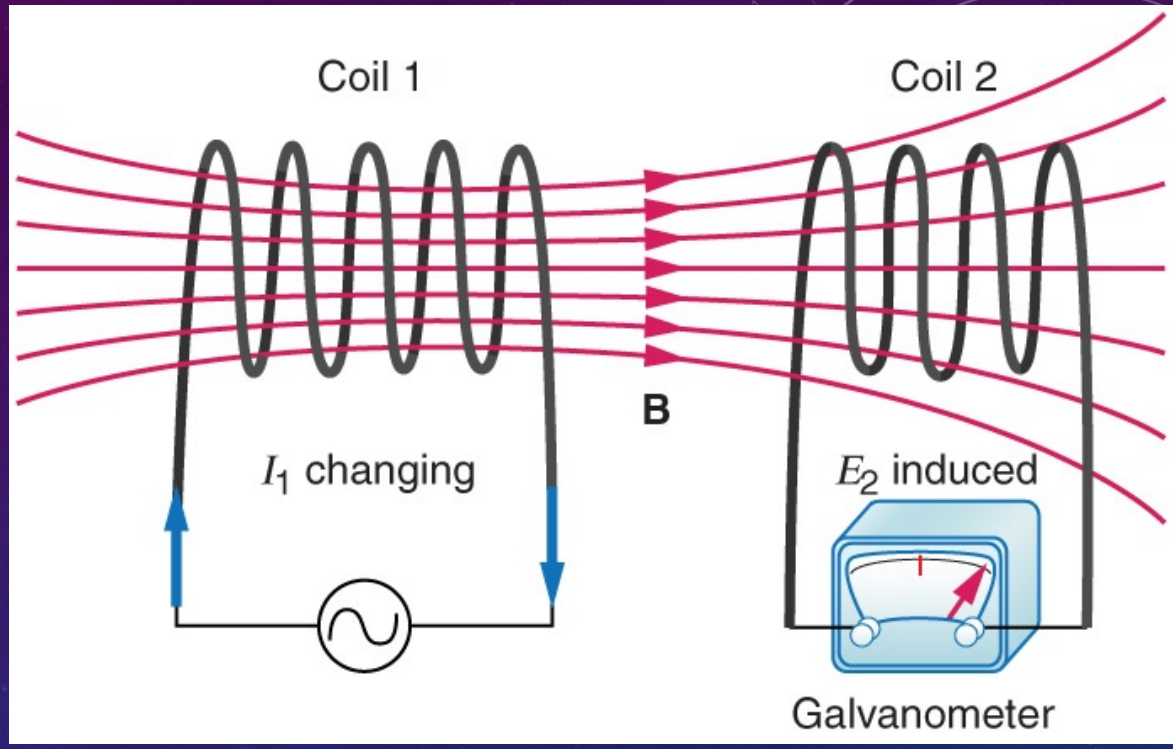
LA MUTUA INDUTTANZA

$$B_{2,1} \propto I_1$$

$$\Phi(B_{2,1}) \propto I_1$$

$$\Delta V(2) = -\frac{d\Phi(B_{2,1})}{dt} \propto \frac{dI_1}{dt}$$

$$\Delta V(2) = -M_{2,1}\frac{dI_1}{dt}$$



LA MUTUA INDUTTANZA

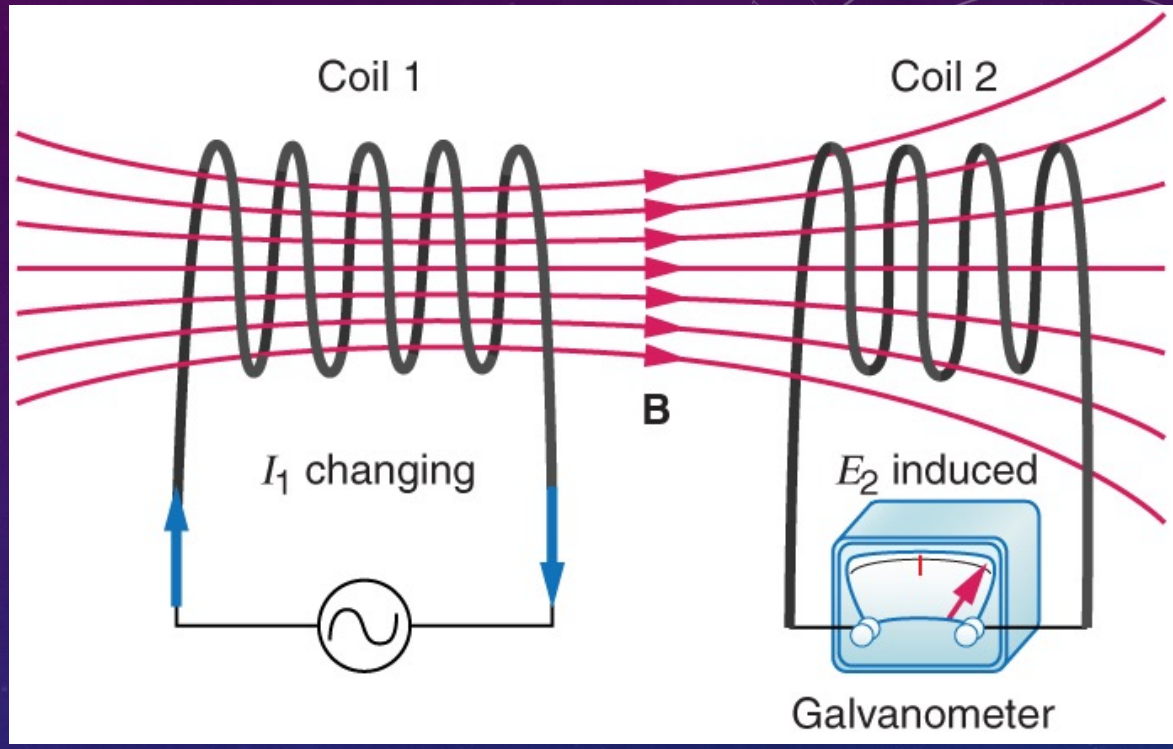
$$B_{2,1} \propto I_1$$

$$\Phi(B_{2,1}) \propto I_1$$

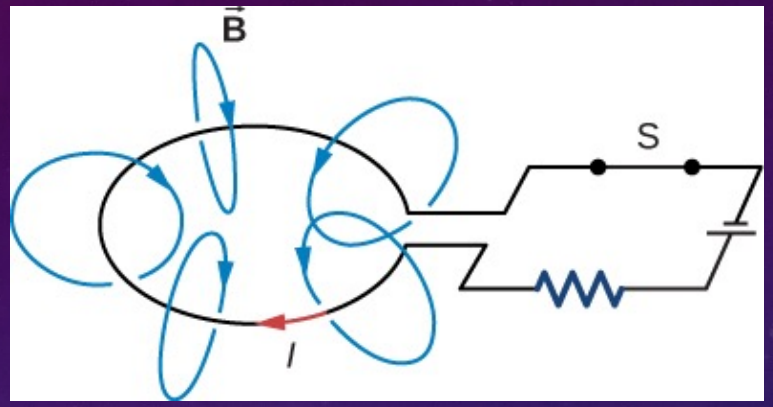
$$\Delta V(2) = -\frac{d\Phi(B_{2,1})}{dt} \propto \frac{dI_1}{dt}$$

$$\Delta V(2) = -M_{2,1}\frac{dI_1}{dt}$$

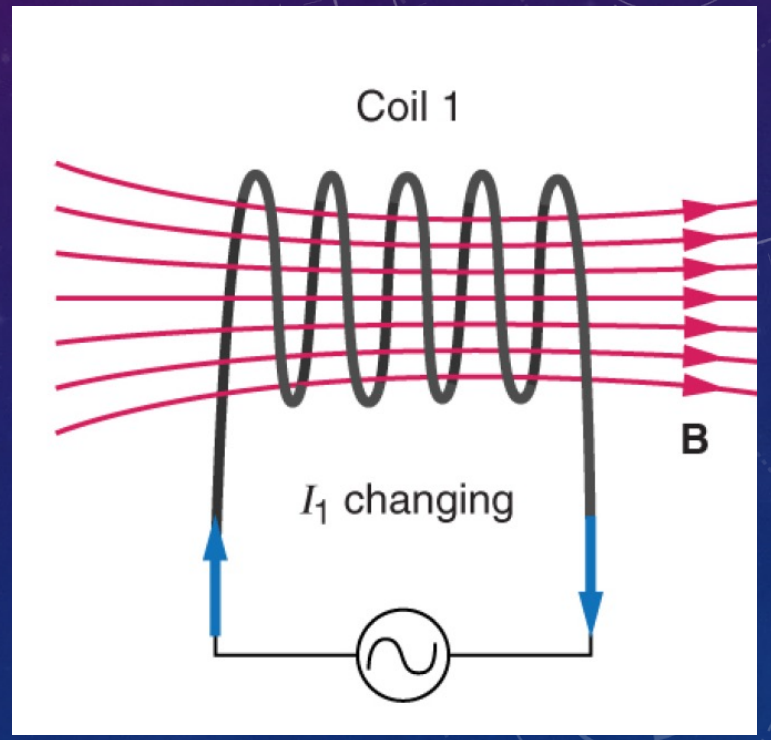
Mutua induttanza



L'AUTOINDUTTANZA



- Se i due circuiti coincidono allora si parla di auto-induttanza.
- Ogni circuito in cui la corrente elettrica varia nel tempo produce un campo magnetico variabile e quindi un flusso magnetico variabile.
- Per questa ragione, il variare della corrente produce una fem indotta, causata della legge di Faraday-N.L., che contrasta la fem che causa la corrente inducente.
- Il coefficiente di proporzionalità tra la derivata della corrente nel circuito e la fem indotta prende il nome di:
- AUTOINDUTTANZA O INDUTTANZA L

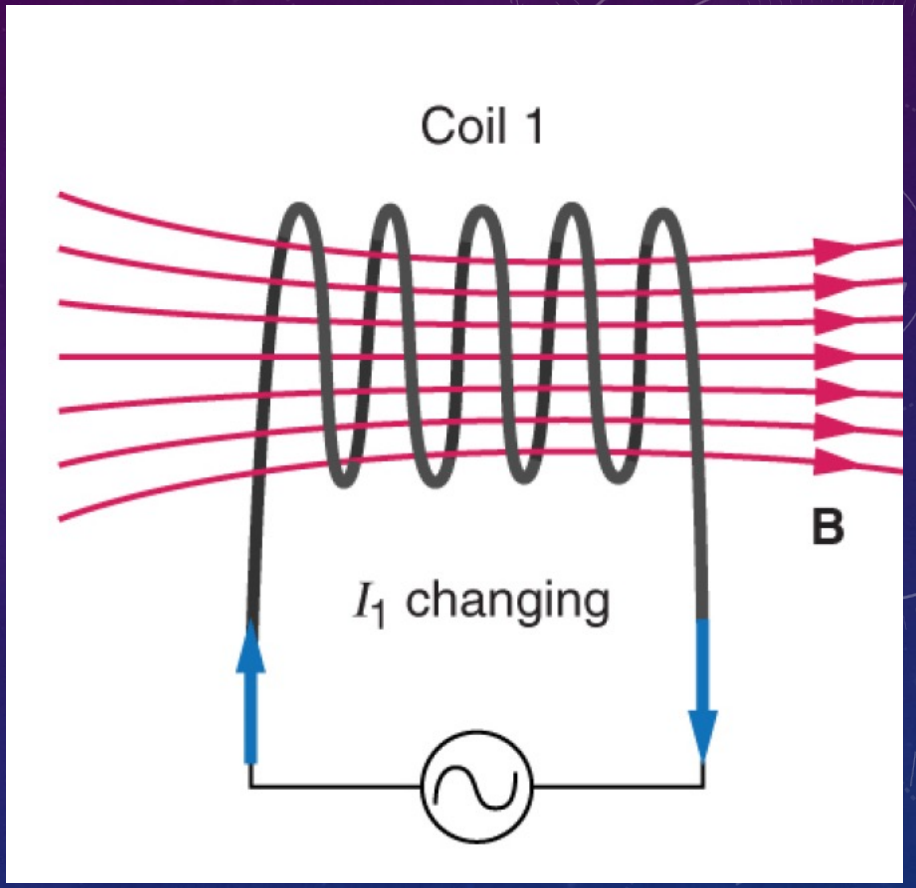


L’ (AUTO) INDUTTANZA

$$\Delta V = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Delta V = -L \frac{d\mathrm{I}}{dt}$$

$$1\,H = \frac{V}{A/s}$$

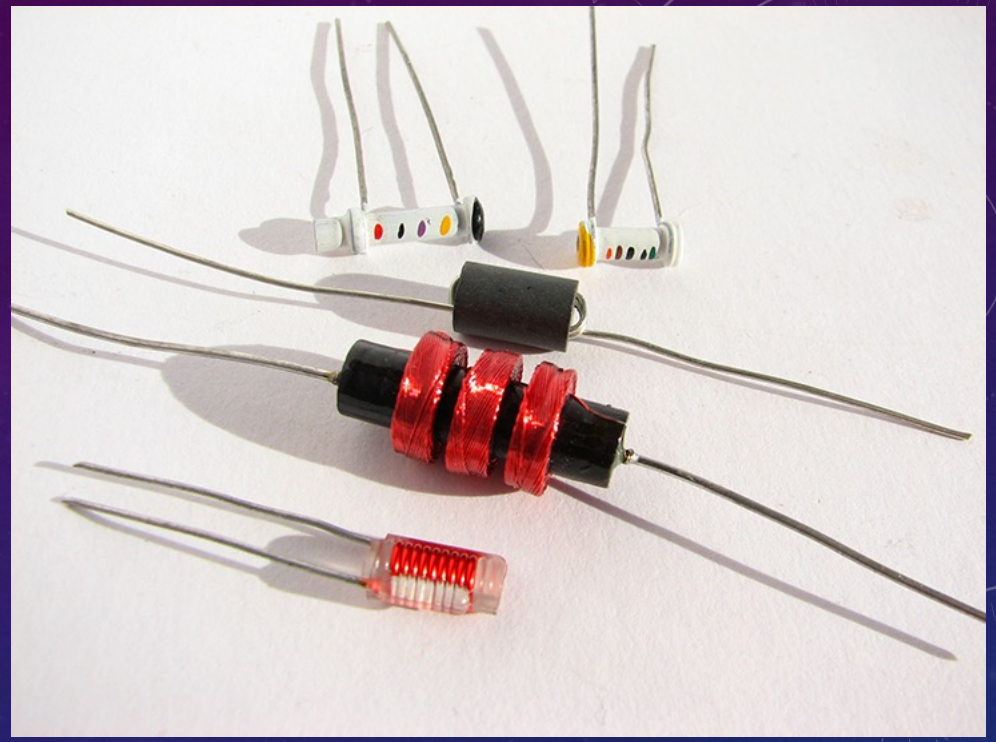


$$L = N \frac{d\Phi}{dt} / \frac{d\mathrm{I}}{dt}$$

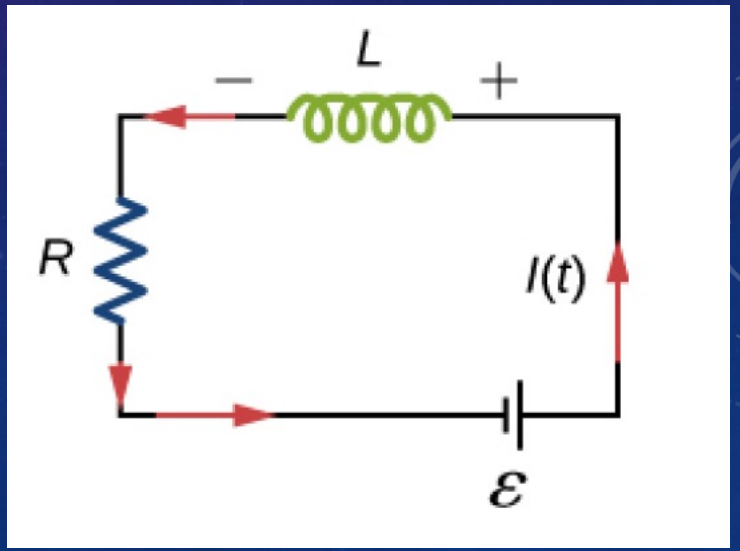
$$L = N \frac{d\Phi}{dt} \frac{d\mathrm{t}}{dI} = N \frac{d\Phi}{dI}$$

$$\Phi = \frac{L}{N} I$$

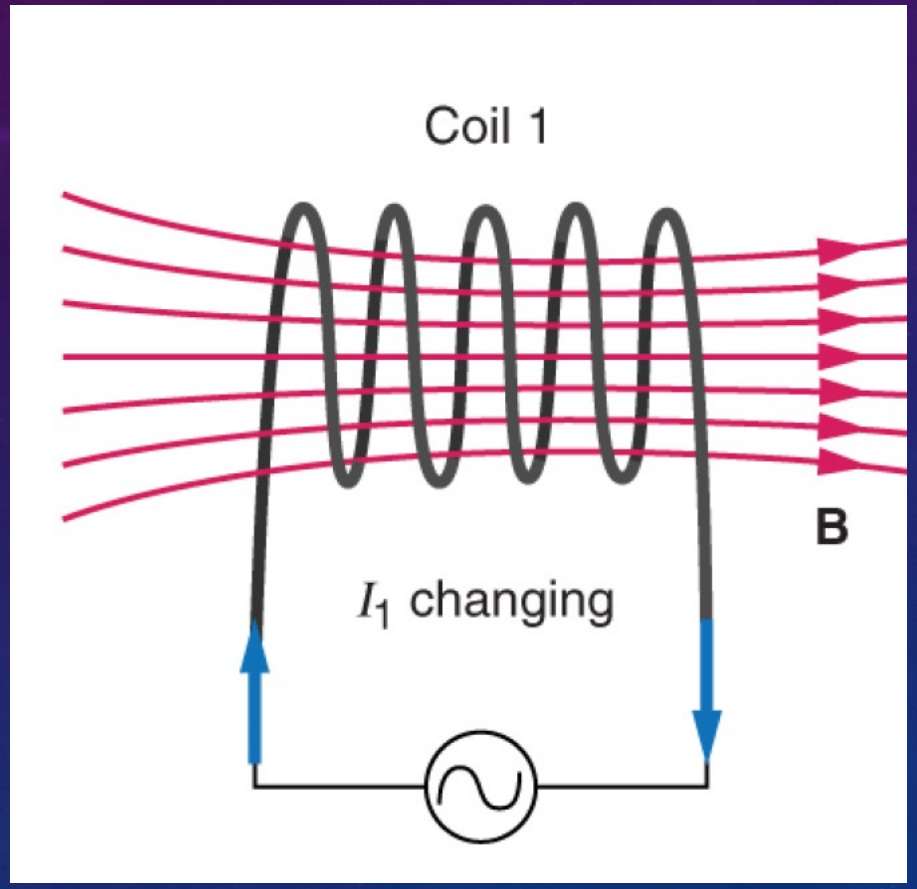
INDUTTORI

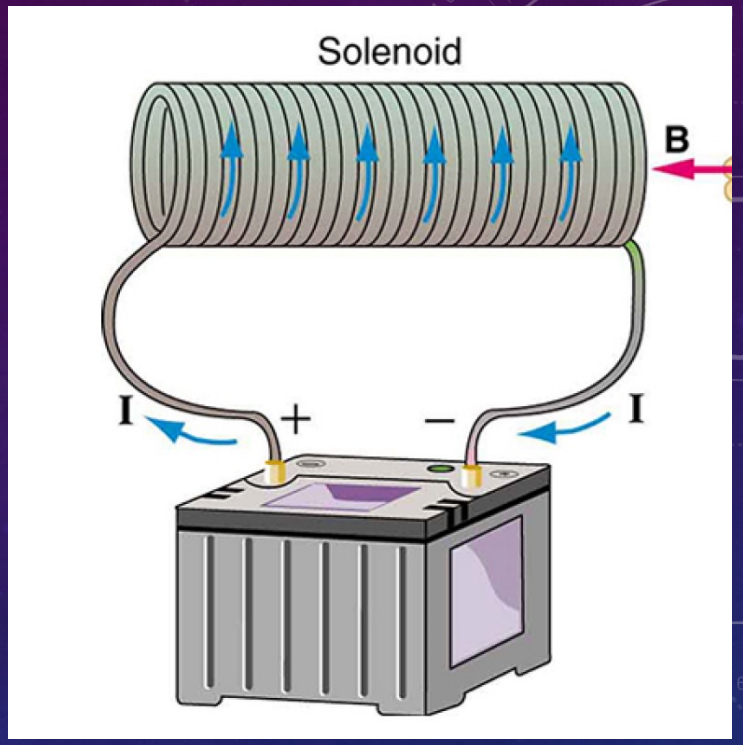


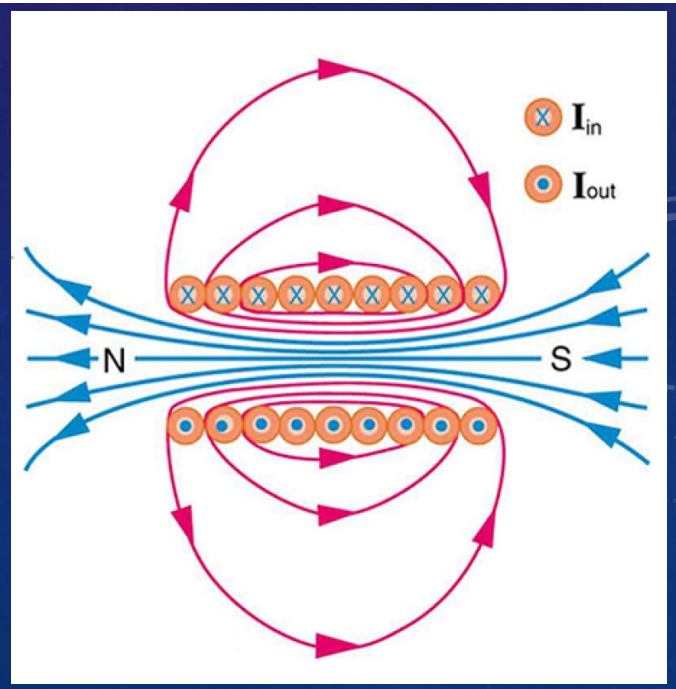
- Normalmente l’intero circuito è caratterizzabile con una induttanza, ma normalmente la si considera concentrata in un elemento detto induttore.
- Alla stessa maniera della resistenza che è normalmente ditribuita nell’intero circuito, ma la si schematizza come concentrata nelle resistenze.



L'INDUTTANZA DI UN SOLENOIDE







L'INDUTTANZA DI UN SOLENOIDE

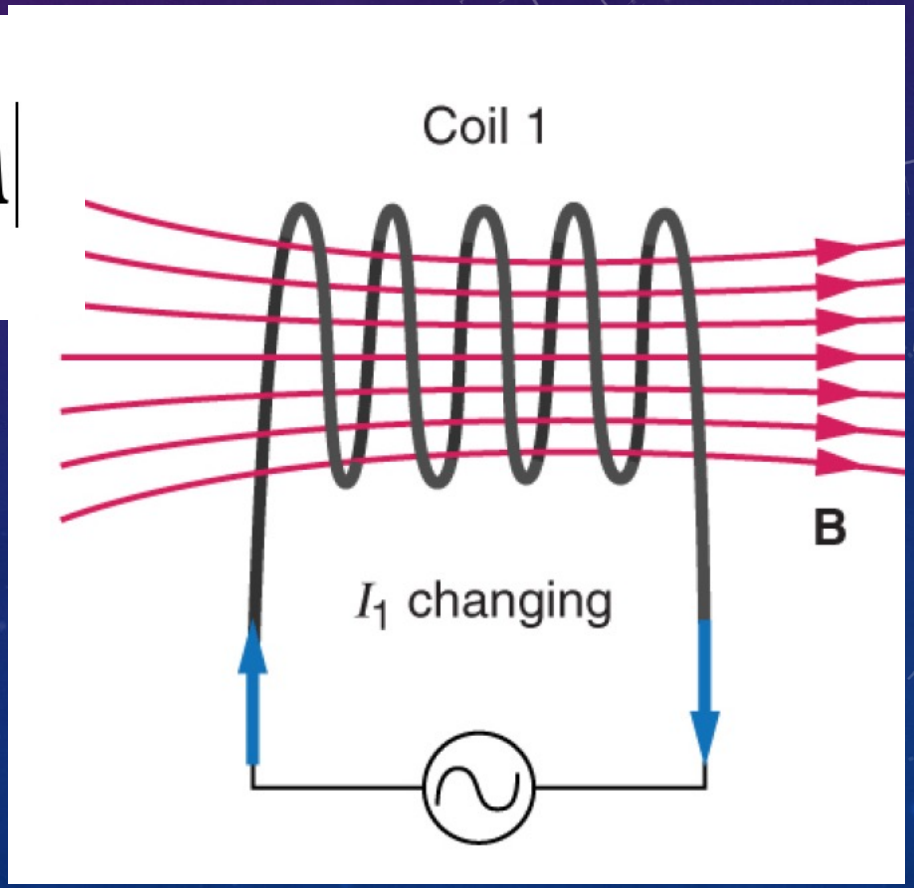
- Consideriamo un solenoide formato da N avvolgimenti e di lunghezza l, se è percorso da una corrente I, allora il campo magnetico nel solenoide ed il flusso magnetico sono dati da:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

$$\Phi = B\,A = \mu_0 \frac{N}{l} I\,A$$

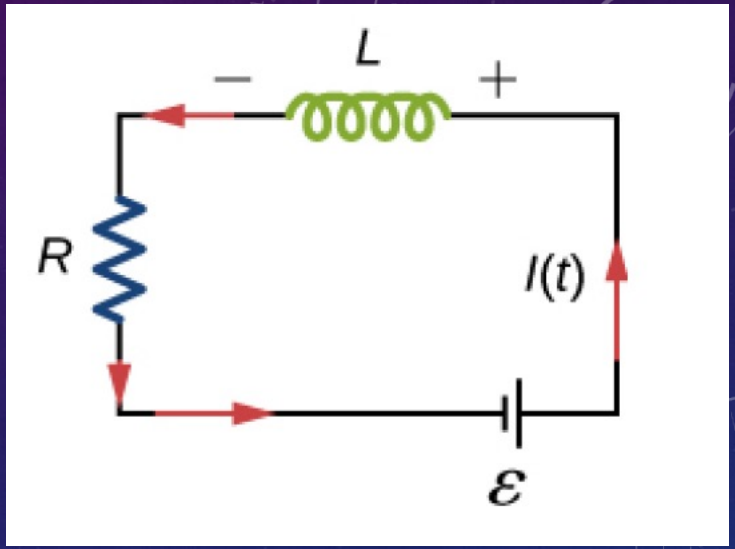
$$L = N \frac{d\Phi}{dI}$$

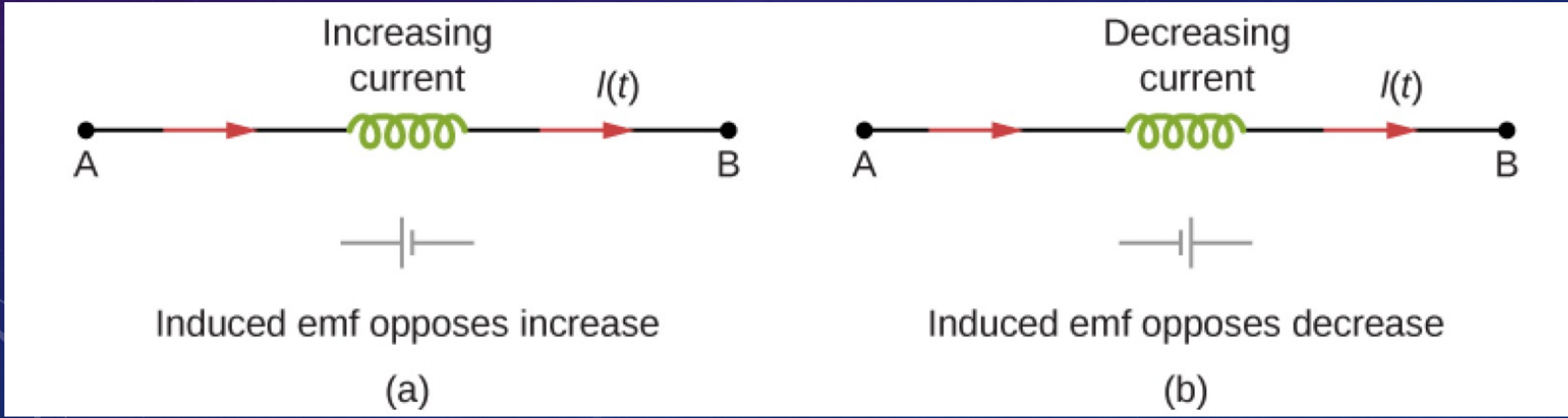
$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$



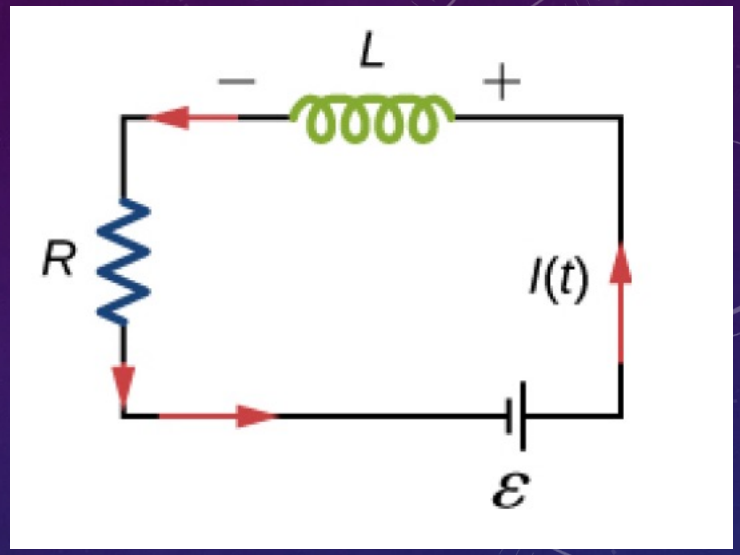
IL CIRCUITO RL : RESISTENZA ED INDUTTANZA

- Consideriamo un esempio di circuito in cui sono presenti un generatore di fem costante (una batteria), una resistenza R ed una induttanza L.
- Quando il circuito è aperto non circola corrente e all'interno dell'induttanza (che potrebbe essere costituita da un solenoide) non è presente nessun campo magnetico.
- Alla chiusura del circuito, la batteria produce un aumento della corrente elettrica inizialmente nulla. Ma l'induttanza L produce una fem che si oppone a questa variazione. Alla riapertura del circuito avviene l'inverso.





IL CIRCUITO RL



- Scriviamo l'equazione del circuito utilizzando la versione della legge delle maglie che abbiamo visto per i circuiti in corrente continua (ATTENZIONE: su questo torneremo con una discussione più approfondita)
- Sommiamo le differenza di potenziale a partire dalla batteria nel verso della corrente:

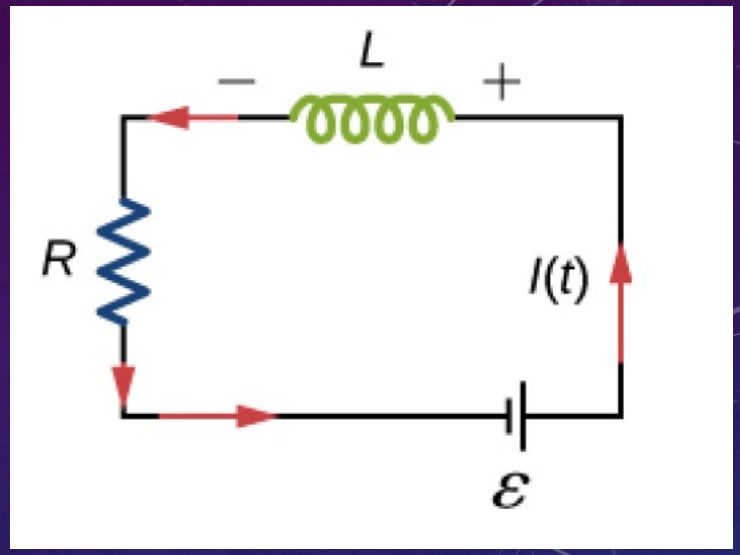
$$\varepsilon - R\,I - L\,\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon - R\,I}{L}$$

$$I_0 = I(t=0) = 0$$

IL CIRCUITO RL

- Integriamo l'equazione del circuito con la tecnica delle variabili separabili:



$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon - R\,I}{L}$$

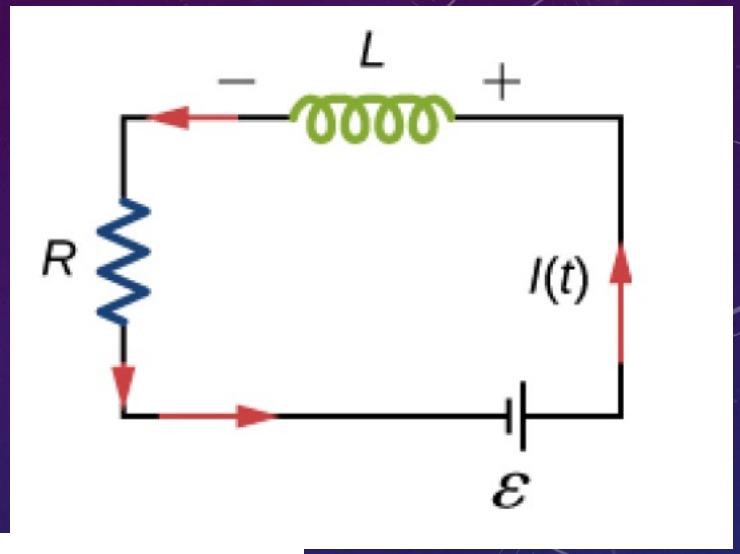
$$\frac{dI}{\varepsilon - R\,I} = \frac{dt}{L}$$

$$\int \frac{dI}{\varepsilon - R\,I} = \int \frac{dt}{L}$$

IL CIRCUITO RL

- Integriamo l'equazione del circuito con la tecnica delle variabili separabili:

$$\int \frac{dI}{\varepsilon - R\,I} = \int \frac{dt}{L}$$



$$I_0 = I(t=0) = 0$$

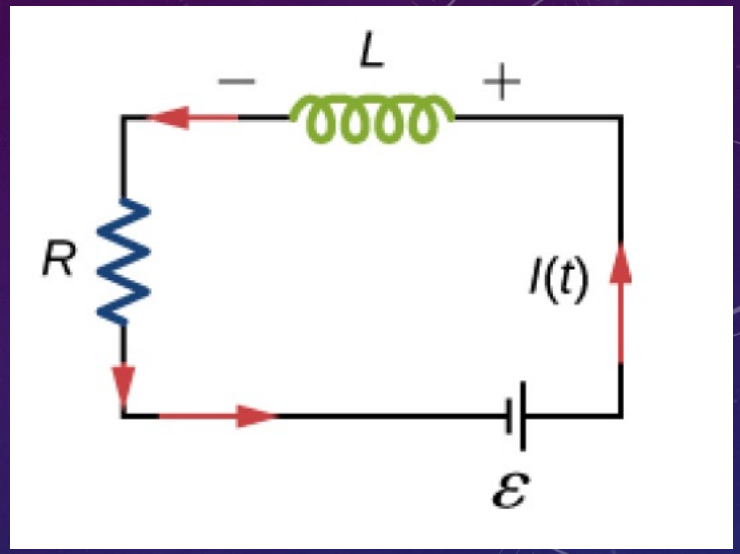
$$\int_0^I \frac{dI}{\varepsilon - R\,I} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$-\frac{1}{R} ln(\varepsilon - R\,I) + \frac{1}{R} ln(\varepsilon) = \frac{t}{L}$$

IL CIRCUITO RL

- Integriamo l'equazione del circuito con la tecnica delle variabili separabili:

$$-\frac{1}{R}ln(\varepsilon - R\,I) + \frac{1}{R}ln(\varepsilon) = \frac{t}{L}$$



$$ln\left(\frac{\varepsilon - R\,I}{\varepsilon}\right) = -\frac{R}{L}t$$

$$1 - \frac{R}{\varepsilon}I = exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

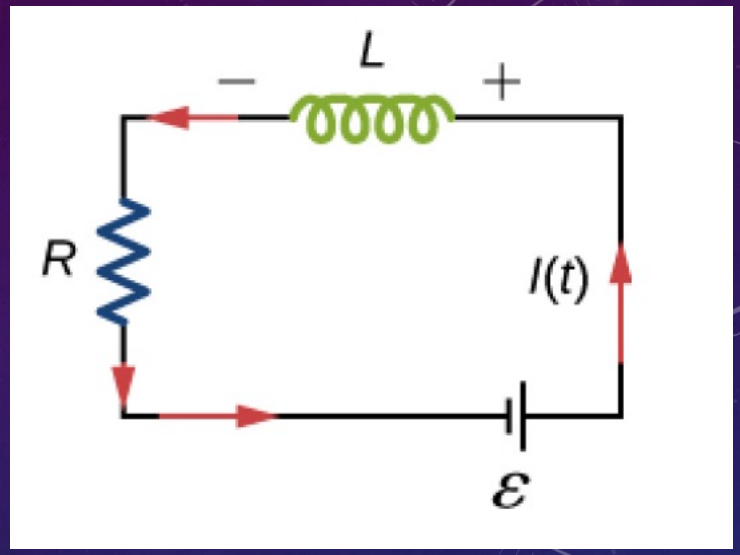
$$\tau = \frac{L}{R}$$

IL CIRCUITO RL

- Integriamo l'equazione del circuito con la tecnica delle variabili separabili:

$$1 - \frac{R}{\varepsilon} I = exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left[1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$I_0 = I(t = 0) = 0$$

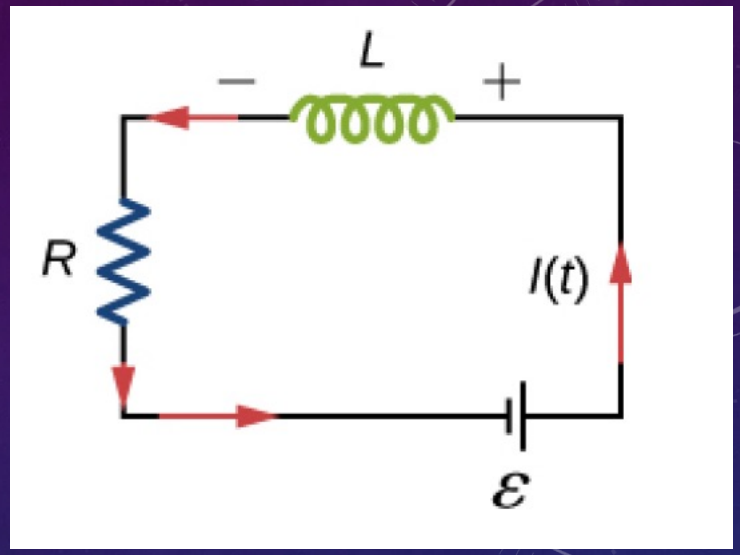
$$\lim_{t \to +\infty} I(t) = \lim_{t \to +\infty} \frac{\varepsilon}{R}\left[1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] = \frac{\varepsilon}{R}$$

IL CIRCUITO RL

- Integriamo l'equazione del circuito con la tecnica delle variabili separabili:

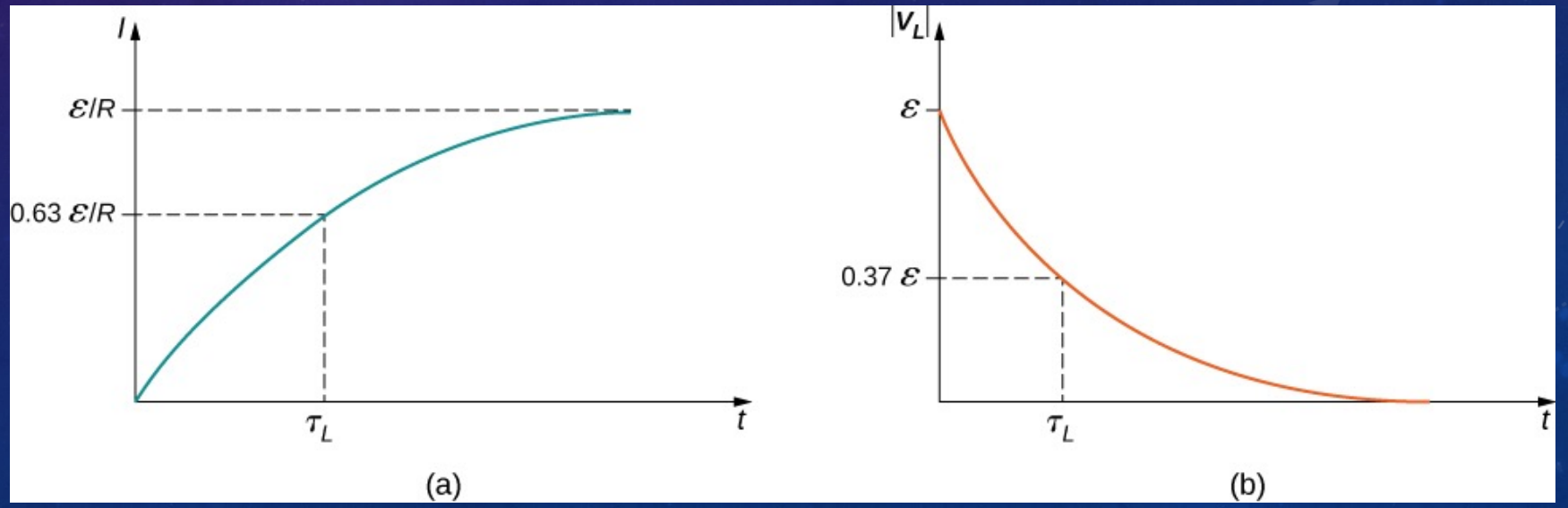
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left[1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



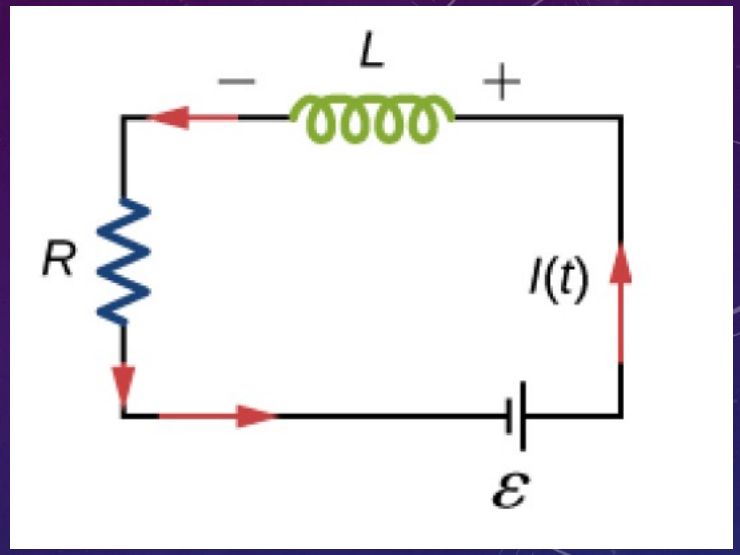
$$\lim_{t\to+\infty} I(t) = \lim_{t\to+\infty} \frac{\varepsilon}{R}\left[1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$I_0 = I(t=0) = 0$$



BILANCIO ENERGETICO

- La situazione al raggiungimento del valor asintotico della corrente nel circuito RL
- Nel solenoide è presente un campo magnetico che inizialmente non c'era.
- Il lavoro svolto dalla batteria per far attraversare ad una carica infinitesima la ddp dell'induttore vale:



$$dU = \Delta V(L) \cdot dq$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$dU = \mathrm{L}\ I \cdot dI$$

$$dU = \Delta V(L) \cdot I \cdot dt$$

$$\int_0^U dU = \int_0^I \mathrm{L}\ I \cdot dI$$

$$dU = \mathrm{L}\ \frac{d\mathrm{I}}{dt} \cdot I \cdot dt$$

Energia nell'induttanza

$$U = \frac{1}{2} L\, I^2$$

ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO

- Se l'induttanza fosse costituita da un solenoide:

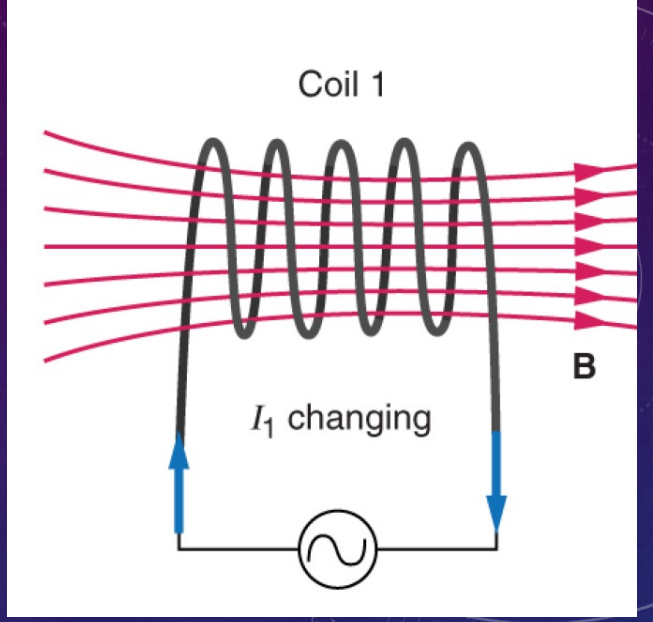
$$U = \frac{1}{2} L\, I^2$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$

$$\mathrm{B} = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

$$\mathrm{I} = \frac{B\, l}{\mu_0 N}$$

$$U = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} A\, I^2$$

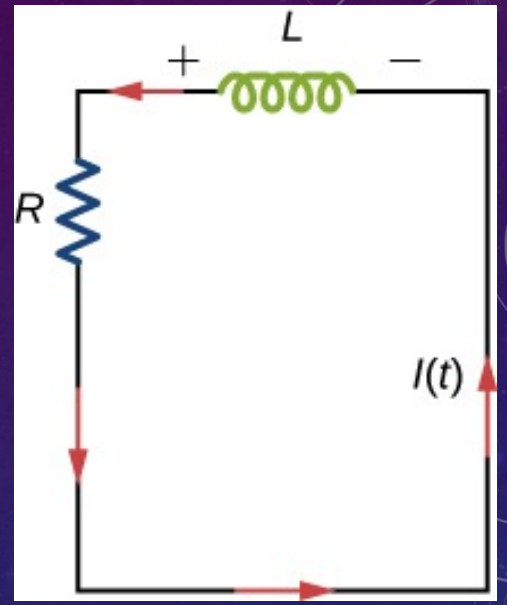


Densità di energia nel campo magnetico

$$U = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} A\, l$$

$$u = \frac{U}{A\, l} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

ANCORA SUL CIRCUITO RL



- Immaginiamo che nel circuito visto in precedenza si sia raggiunta la corrente costante (asintotica) pari al rapporto tra la fem della betteria e la resistenza.
- A questo punto avremo nell'induttore un campo magnetico costante (che funge da deposito di energia come abbiamo appena visto)
- Escludiamo dal circuito la batteria ed avremo la »scarica» dell'induttore analoga a quanto visto in precedenza nel caso del circuito RC.
- In queste condizioni l'equazione del circuito è quella scritta in precedenza, escludendo il termine con la fem della batteria e considerando che inizialmente la corrente è diversa da zero:

$$\mathcal{E} - R\,I - L\,\frac{dI}{dt} = 0$$

$$-R\,I - L\,\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I$$

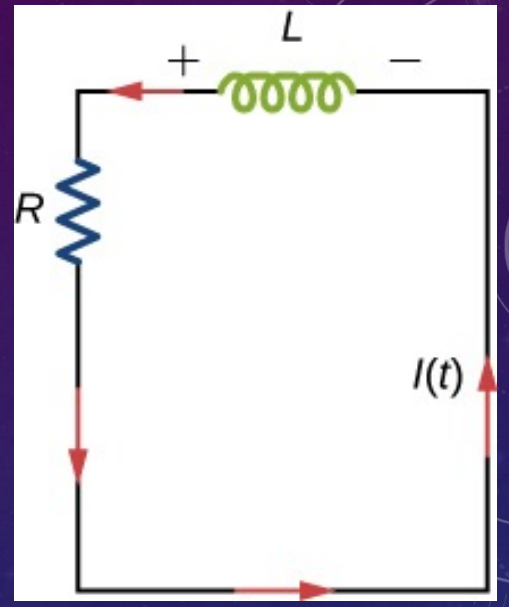
$$I_0 = I(t=0) \neq 0$$

ANCORA SUL CIRCUITO RL

- Integriamo l'equazione del circuito con la solita tecnica:

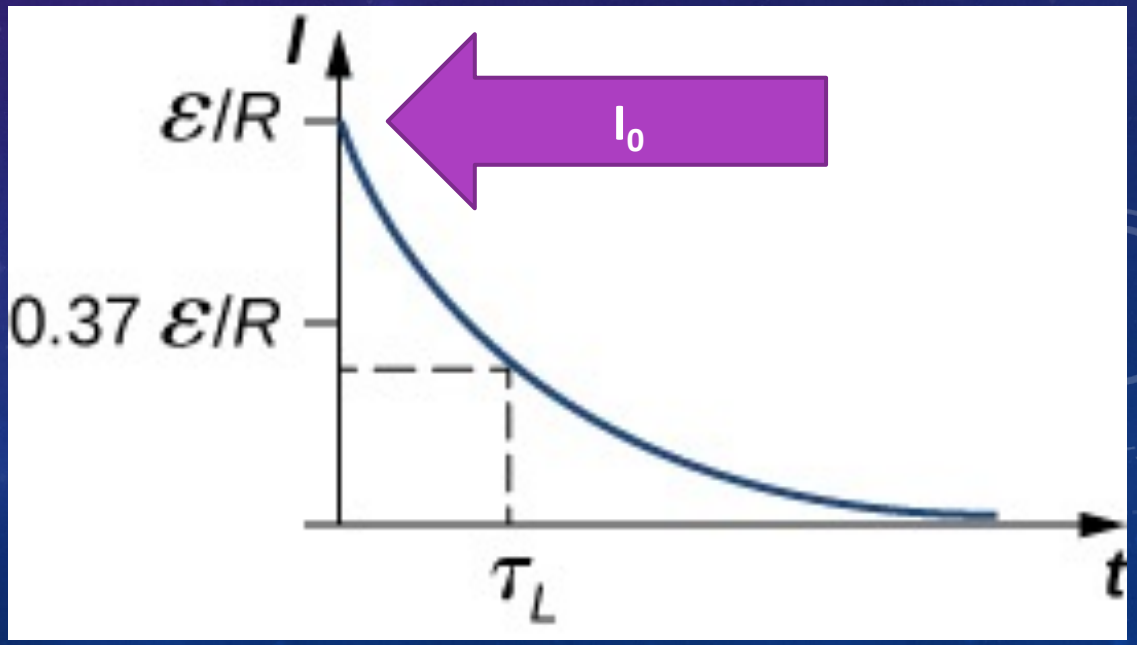
$$\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I$$

$$I_0 = I(t=0) \neq 0$$



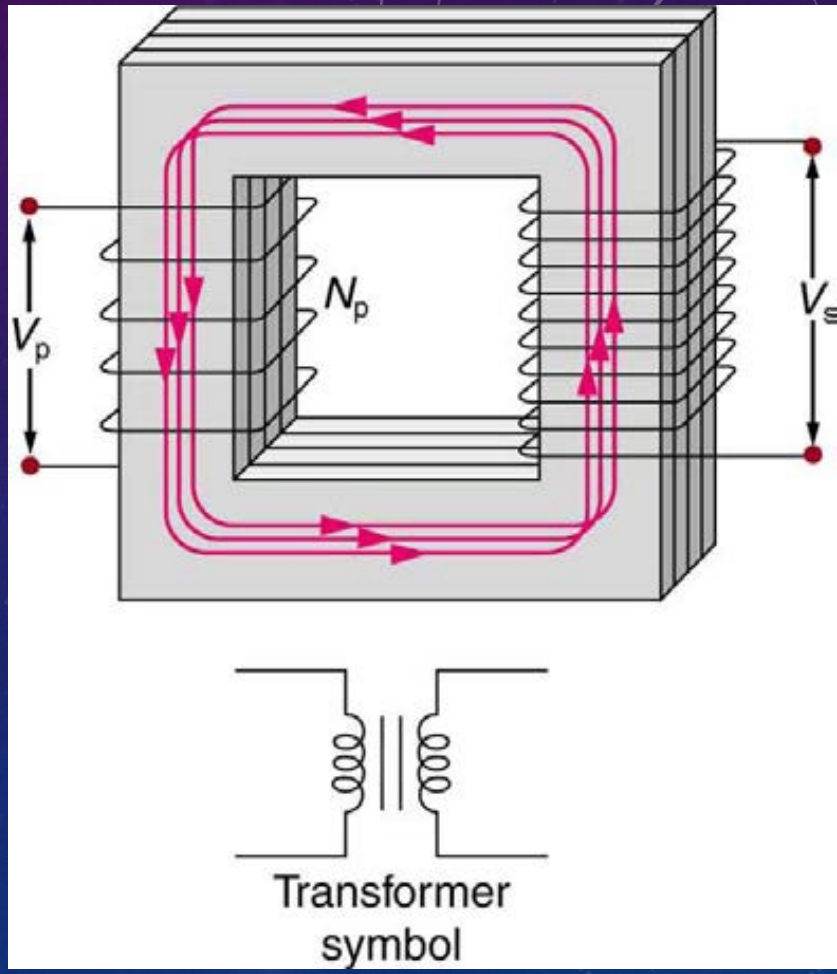
$$I(t) = I_0 \, exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



IL TRASFORMATORE

- Abbiamo visto che grazie all'induzione elettromagnetica è possibile convertire l'energia meccanica in corrente elettrica (alternata) utilizzando un elternatore. Successivamente è possibile riconvertire la corrente elettrica in energia meccanica mediante un motore elettrico.
- Fondamentale per la trasmissione dell'energia elettrica è il trasformatore che, sempre grazie alla legge di Faraday-N.L., consente di amplificare o ridurre l'ampiezza della tensione (o f.e.m.) presente in un circuito.
- Consideriamo due circuiti formati da un certo numero di avvolgimenti sollo stesso nucleo di materiale ferromagnetico (opportunamente lamellato per ridurre le correnti parassite ed il riscaldamento).



IL TRASFORMATORE

- Consideriamo il circuito primario ed il secondario avvolti sullo stesso nuelco di ferromagnete.
- Il nucleo di ferromagnete ha la funzione di fare in modo che il flusso magnetico sial lo stesso in entrambi i circuiti.

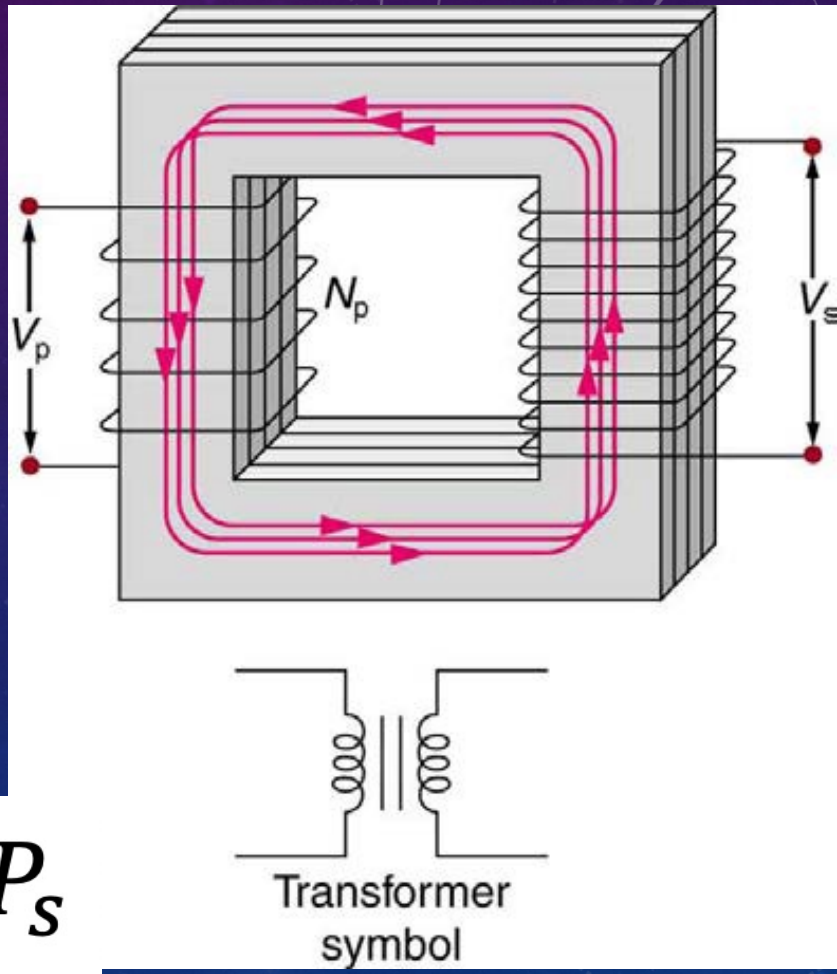
$$V_p = N_p \frac{d\Phi}{dt}$$

$$V_s = N_s \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$P_p = V_p \cdot I_p$$

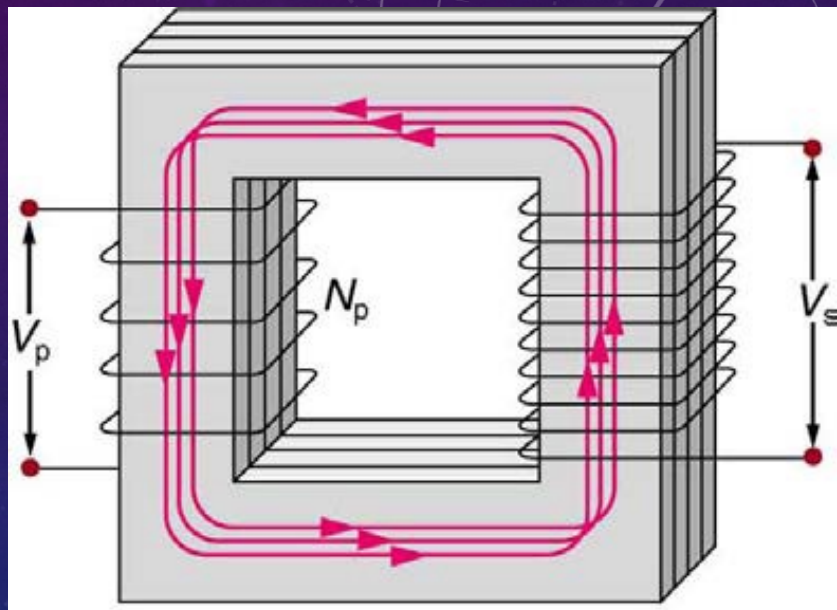
$$P_p = P_s$$



IL TRASFORMATORE

- La f.e.m. nei due circuiti è proporzionale al numero di spire, ma la potenza dissipata nei due circuiti è la stessa (conservazione dell'energia)
- Quindi, l'ampiezza della corrente e` inversamente proporzionale al numero di spire.

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$



$$P_p = V_p \cdot I_p$$

$$P_p = P_s$$

$$P_s = V_s \cdot I_s$$

$$V_p \cdot I_p = V_s \cdot I_s$$

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{I_s}{I_p} = \frac{N_p}{N_s}$$

Prof. Walter Lewin

M.I.T.
Boston, USA.

https://www.youtube.com/watch?v=t2micky_3uI

RIASSUMENDO

- Abbiamo visto:
- L’induzione elettromagnetica è un fenomeno fisico che lega i campi elettrico e magnetico in modo che è possibile convertire energia da elettromagnetica in meccanica e viceversa
- L’inerzia o l’opposizione della legge di F.N.L. alla variazione di flusso magnetico è il fenomeno fisico alla base della grandezza denominata induttanza
- Abbiamo studiato l’evoluzione di un circuito in cui è presente un’induttanza ed una resistenza (RL).
- Abbiamo visto che associata al campo magnetico, come già al campo elettrico, esiste una forma di energia.
- Possiamo amplificare o ridurre il valore della fem da un circuito (in corrente alternata) ad un altro usando il trasformatore.
- Prossimamente vedremo in generale il comportamento dei circuiti in corrente alternata.